

**Программа курса по математической статистике
У семестр, группы 7331, 7332, 7361, 7362 (2009 г).**

1. Основные понятия математической статистики. Статистический эксперимент. Способы накопления статистической информации. Понятие выборки, выборочный принцип. Регрессионные модели. Классификация статистических моделей в по типу параметра (параметрические, непараметрические, семипараметрические).
 2. Примеры параметрических семейств распределений и их свойства. Нормальное распределение, гамма распределение, равномерное распределение, распределение Лапласа, биномиальное распределение и распределение Пуассона (М-Л-П).
 3. Виды задач математической статистики. Задачи точечного оценивания, доверительного оценивания, проверки статистических гипотез. Понятие статистики.
 4. Использование статистик при решении задач математической статистики. Подчиненные и достаточные статистики. Примеры.
 5. Условные вероятности и математические ожидания по отношению к сигма алгебрам событий.
 6. Поржденные сигма-алгебры. Вычисление условного математического ожидания в дискретном и в абсолютно непрерывном случае.
- ТОЧЕЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ**
7. Выборочный метод. Эмпирическая функция распределения. Теорема Гливленко-Кантелли. Преобразование Смирнова. Теорема Колмогорова. Оценивание теоретической функции распределения эмпирической. Гистограмма и полигон частот.
 8. Выборочные характеристики распределений. Примеры (моменты, квантили). Характеристики 1-го и 2-го типа. Теорема о сходимости выборочных характеристик к теоретическим (план д-ва).
 9. Вариационный ряд и его характеристики. Примеры. Понятие рангов. Одномерные и совместные распределения элементов вариационного ряда в абсолютно непрерывном случае (Л-П).
 10. Асимптотическая нормальность выборочных квантилей. Теорема.
- ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ**
11. Постановка задачи точечного оценивания параметра. Функция потерь. Риск. Понятие состоятельности, несмещенности, асимптотической нормальности оценки.
 12. Несмещенное оценивание. Теорема единственности несмещенной оценки с равномерно-минимальной дисперсией. Примеры несмещенных оценок. Пример параметрического семейства, для которого не существует несмещенной оценки.
 13. Минимаксный и байесовский подходы. Метод построения Байесовских оценок. Пример (байесовская оценка среднего нормального распределения с нормальным априорным распределением параметра).
 14. Теорема Лемана. Минимаксность выборочного среднего, как оценки мат. ожидания нормального распределения.
 15. Методы построения статистических оценок. Метод максимального правдоподобия и метод моментов. Примеры.
 16. Достаточные статистики. Теорема факторизации*. Минимальные и полные достаточные статистики. Примеры. Полные достаточные статистики для экспоненциальных семейств.
 17. Алгоритм построения НРМД оценок. Теорема Рао-Блэкуэлла-Колмогорова. Теорема Лемана Шеффе. Пример (ы) (Л-П).
 18. Регулярный эксперимент. Информация Фишера. Свойства. Теорема о регулярности набора независимых регулярных экспериментов.
 19. Неравенство Рао-Крамера.
 20. Эффективные по Фишеру оценки. Необходимое условие существования. Эффективность по Фишеру и метод максимального правдоподобия.
 21. Примеры вычисления информации и примеры эффективных оценок. (Л-П)
 22. Асимптотическая эффективность по Фишеру. Асимптотическая эффективность оценок максимального правдоподобия.
- ДОВЕРИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ**
23. Выборка из нормального распределения. Представление Хи-квадрат распределения с помощью нормальных. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора. Лемма Фишера.
 24. Постановка задачи доверительного оценивания. Общий метод построения доверительных интервалов. Примеры построения доверительных интервалов для параметров нормального закона (случай одной и двух выборок).

25. Общий принцип построения доверительных интервалов. Построение доверительных интервалов на базе преобразования Смирнова. Построение доверительного интервала на базе статистики, распределение которой монотонно зависит от параметра. Пример.
26. Асимптотические доверительные интервалы. Построение асимптотических доверительных интервалов на базе асимптотически нормальной оценки параметра. Построение доверительных интервалов на базе ОМП в регулярном случае. Пример (Распределение Бернулли, три подхода и связь между ними).
- ПРОВЕРКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ**
27. Постановка задачи проверки статистических гипотез. Понятие статистической гипотезы, вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода, критерия, доверительной, критической области и области сомнений, мощности критерия. Виды статистических гипотез. Выражение вероятностей ошибок в терминах критерия.
28. Классификация задач по типам статистических гипотез. Общий принцип построения критериев. Статистика критерия и ее распределение. Понятие асимптотического критерия.
29. Задача проверки простой гипотезы при простой альтернативе. Лемма Неймана-Пирсона. Примеры наиболее мощных критериев (Д).
30. Наиболее мощный критерий для проверки односторонней гипотезы. Пример.
31. Использование отношения правдоподобий в параметрической ситуации.
32. Непараметрические критерии. Концепция построения хи-квадрат критериев. Критерий хи-квадрат для проверки простой гипотезы согласия. Критерий хи-квадрат для проверки сложной параметрической гипотезы согласия. Критерий хи-квадрат для проверки независимости. (Л-П)
33. Критерий согласия Колмогорова и Крамера-Фон Мизеса. Ранговые критерии. Критерий Уилкоксона проверки однородности.
- РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ**
34. Линейная регрессионная модель. Метод наименьших квадратов. Оценка по методу наименьших квадратов. Геометрическая интерпретация. Примеры.
35. Функции параметра, допускающие несмещенное оценивание. Теорема Гаусса-Маркова.
36. Канонические переменные. Несмещенная оценка дисперсии.
37. Дополнительные предположения о нормальности. Построение доверительных интервалов (эллипсоидов), F -критерий и проверка статистических гипотез.
38. Однофакторный дисперсионный анализ (простая группировка). Запись модели однофакторного дисперсионного анализа в терминах общей модели. Явный вид МНК оценок параметров влияния уровня фактора на результаты эксперимента. Проверка гипотез об отсутствии влияния фактора на результаты эксперимента.
39. Замечания о двухфакторном дисперсионном анализе. Аддитивная модель и взаимодействия факторов. Интерпретация гипотезы отсутствия взаимодействий.

Список рекомендованной литературы:

1. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 1984.
2. Леман Э. Теория точечного оценивания. М.: Наука, 1991.
3. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964.
4. Шеффе, Г. Дисперсионный анализ. М.: Наука, 1980.

Учебные пособия:

Лившиц А.Н., Малов С.В. Математическая статистика. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», СПб., 1999
 Егоров В.А., Ингстер Ю.И., Лившиц А.Н., Малова И.Ю., Малов С.В. Анализ однородных статистических данных. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», СПб., 2005.

Список дополнительной литературы:

1. Боровков А. А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
2. Крамер Г. Математические методы статистики. 2-е изд. М.: Мир, 1975.
3. Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. М. Мир, 1978.
4. Рао, С.Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968.